Литература

1. Информатика: учеб. / под редакцией Н.В. Макарова. М.: Финансы и статистика, 1997 г.
2. *Рудаков, А.В.* Технология разработки программных продуктов: учеб. пособие для студентов среднего профессионального образования / А.В. Рудаков. М.: Издательский центр «Академия», 2005.

ТЕХНОЛОГИЯ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ К ЗАДАЧАМ НА ЭКСТРЕМУМЫ» С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИСТЕМЫ СИМВОЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ MAXIMA

Кормилицына Татьяна Владимировна (kortv58@mail.ru)

ГОУ ВПО «Мордовский государственный педагогический институт имени М.Е. Евсевьева», г. Саранск

АННОТАЦИЯ

Приведены приемы использования системы свободного программного обеспечения Maxima при изучении элементов математического анализа в школе.

Специализированные математические пакеты на уроках алгебры и начала анализа можно использовать не только как средство сопровождения изучения вопросов школьной программы. Пакеты позволяют удачно ввести сложное понятие курса, осуществить некоторые этапы работы с теоремой, задачей, могут стать способом, формирующим аналитическое мышление, развивающееся в процессе решения задач с использованием пакетов. Такие средства могут стать способом развития познавательных интересов у учащихся, фактором мотивации изучения математики, использоваться при организации самостоятельной и индивидуальной работы.

Исследуем возможности применения системы Maxima [2,3] при изучении темы «Применение производной к задачам на экстремумы».

Покажем алгоритм нахождения производной функции и вычисления ее значения в точке на примере той же функции.

Задаем функцию пользователя:

(%i1) g(x): = x^2;

Получим изображение процедуры дифференцирования:

(%i2) ‘diff(g(x));

Найдем аналитический вид производной:

(%i3) diff(g(x),x);

Вычислим значение производной функции в точках x = 0 и x = 5:

(%i4) %o3, x = 0;

(%i5) %o3, x = 5;

При вычислении значений производной в точках указывали на номер команды вывода аналитического вида производной – это команда вывода %o3.

Напомним, что все команды ввода (%i1, %i2, %i3, %i4, %i5) набираем в строке ввода в нижней части экрана.

Одним из важных приложений производной является использование ее при решении задач на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке. В процессе решения четко выступают три этапа построения и использования математической модели:

формализация (составление функции, описанной в условии задачи);

решение формализованной задачи (решение получившейся математической задачи с помощью производной);

перевод решения на термины, в которых задана задача (перевод решения задачи с математического на естественный язык).

Приведем решение математической задачи.

Задача.

Найти наибольшее и наименьшее значение функции f(x) = – x^2 на отрезке [–3, 1].

Решение.

Введем исходную функцию f(x) := –x^2.

Найдем производную функции diff (f(x), x).

Найдем точки экстремума – решим уравнение solve (f(x), x).

Вычислим значения функции в точках экстремума и на концах заданного отрезка f(0); f(–3); f(1).

Получили значения f(–3) = –9, f(0) = 0, f(1) = –1.

Сделаем вывод: наибольшее значение равно 0 при x = 0, наименьшее значение равно –9 при x = –3.

Итак, решение задачи в системе Maxima реализуется по следующему алгоритму:

1. Задание функции f(x).
2. Нахождения производной функции f(x).
3. Нахождение точек экстремума – нулей производной, решение уравнения f’(x) = 0. Выполнение команды solve для производной функции.
4. Вычисление значения функции в критических точках.
5. Анализ результатов.

Благодаря простому алгоритму система позволяет использовать на уроках для решения текстовых задач на наибольшее и наименьшее значение с учетом того, что основные алгоритмы нахождения наибольшего и наименьшего значения с помощью производной на отрезке, интервале и промежутке учениками уже усвоены. Приведем алгоритм решения текстовой задачи.

1. Выявить величину, о наибольшем (наименьшем) значении которой говорится в задаче. Выбрать аргумент (неизвестную величину). Указать интервал изменения аргумента.
2. Выразить величину из пункта 1 как функцию независимой переменной.
3. Найти искомое наибольшее или наименьшее значение функции на заданном интервале или на отрезке.

Рассмотрим решение упражнения № 948 из учебника [1].

Задача [№ 948].

Из квадратного листа картона со стороной *a* нужно сделать открытую сверху коробку прямоугольной формы, вырезав по краям квадраты и загнув образовавшиеся края. Какова должна быть высота коробки, чтобы ее объем был наибольшим?

Решение.

Пусть *x* – искомая высота коробки, причем *x* <= *a/2*, иначе коробку нельзя будет сделать.

Составим формулу зависимость объема коробки от высоты как формулу объема параллелепипеда, основание которого квадрат со стороной *a–2*x*, и высотой *x*. То, что верхнего основания нет, не повлияет на формулу:

$$V(x) = (a - 2 * x)^2 * x .$$

Введем формулу как функцию от *x* в окно ввода *V(x)* := ((*a* – 2**x*)^2**x*).

Найдем производную функции *V(x)* diff(*V*(*x*), *x*).

Найдем нули производной как функции от *x* solve(diff(*V*(*x*), *x*), *x*).

Так как по условию задачи $x \le \frac{a}{2}$, то решение $x = \frac{a}{6}$.

При решении задач на нахождение наибольшего и наименьшего значения функций система MAXIMA позволяют существенно сократить время на уроке, затрачиваемое на длинные вычислительные процессы и уделить больше времени на сам алгоритм нахождения наибольших (наименьших) значений или другие важные вопросы.

Литература

1. *Алимов, Ш.А.* Алгебра и начала анализа: учебник для 10–11 кл. общеобразоват. учреждений / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров. М.: Просвещение, 2002.

2. *Кормилицына, Т.В.* Информационные технологии в математике: учеб. пособие / Т.В. Кормилицына. Саранск: Мордов. гос. пед. ин-т, 2009.

3. *Чичкарёв, Е.А.* Компьютерная математика с Maxima: Руководство для школьников и студентов / Е.А. Чичкарёв. М.: ALT Linux, 2009.